

Численное моделирование распространения ударной волны в плазме канала сильноточного разряда в камере высокого давления

Я.В. Тряскин^{1,2}, М.Э. Пинчук²

¹Физический факультет, Санкт-Петербургский
Государственный Университет

²Институт электрофизики и электроэнергетики РАН

- Краткий обзор экспериментов, состояния среды
- Постановка задачи, используемые приближения
- Основная система уравнений
- Система уравнений в векторной форме
- Источник возмущения, связь безразмерных и реальных параметров
- Результаты
 - > Сравнение с результатами экспериментов
 - > Обобщение полученных результатов
- Заключение.

(NPP-2021) Non-Ideal Plasma Physics.

Краткий обзор экспериментов

- Сильноточный разряд типа Z-пинч в плотных средах
Д. А. Андреев, А. А. Богомаз, Ф. Г. Рутберг, А. М. Шакиров, ЖТФ, т. 62, в. 6, (1992);
- Взаимодействие ударных волн с плазмой канала сильноточного разряда в камере высокого давления
К. В. Дубовенко, ЖТФ т. 62, в. 6, (1992);
- Достижение критического тока Биза-Брагинского в разряде сверхвысокого давления
А. А. Богомаз, А. В. Будин, С. Ю. Лосев, М. Э. Пинчук, А. А. Позубенков, Ф. Г. Рутберг, А. Ф. Савватеев, Физика плазмы т. 34, в. 5, (2008);
- High-current discharge channel contraction in high density gas
Ph. G. Rutberg, A. A. Bogomaz, M. E. Pinchuk, A. V. Budin, A. G. Leks, and A. A. Pozubenkov, Physics of Plasmas v. 20, (2013);
- Состояние среды в экспериментальных установках

⊗	Газ	P_0 , МПа	P_{max} , МПа	T_{max} , °K	J_{max} , кА	a_0 , м/с
1992	Воздух, H_e	0.1, 15	436	10^5	570	< 3800
1992	H_e	10	450	$2.5 \cdot 10^5$	670	< 3900
2008	H_e, H_2	5 ÷ 35	490	$4 \cdot 10^5$	1600	< 4000
2013	H_2	5 ÷ 32	—	$4 \cdot 10^5$	500 ÷ 1600	< 4000

- Обобщение параметров

Среда H_2 , $P_0 \approx 5 \div 35$ МПа, $P_{max} \leq 500$ МПа, $T_{max} \leq 5 \cdot 10^5$ °K

Постановка задачи, используемые приближения

Задача в одномерной постановке, система уравнений гидродинамики без учёта вязкости

Мирабо Л., Райзер Ю. П., Шнейдер М. Н., Брейкен Р., Теплофизика высоких температур, т.42, (2004)

- Не учитывается излучение, среда идеальный газ с молярной массой водорода, источник возмущения рассчитывается по заданной вольт-амперной характеристика
- Отсутствие магнитных «членов» обеспечивает более простую реализацию численной схемы и граничных условий. Такое приближение - грубое, но позволяет отработать методику.
- В такой постановке теряются важные эффекты (пинч-эффект, различные плазменные эффекты, значения для скорости звука и скорости ударных волн могут сильно различаться).

Данная постановка позволяет качественно, но не количественно оценить возникающие эффекты

Постановка задачи, система уравнений

Система уравнений гидродинамики для сжимаемой жидкости

Для описания процессов используется система уравнений гидродинамики (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0, \\ \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{u} &= -\nabla P + \hat{\eta} \Delta \mathbf{u}, \quad P = \rho RT, \\ \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) E + \nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (\hat{Q} \cdot \mathbf{u}) &= 0, \\ E &= e_s + \mathbf{u}^2/2, \end{aligned} \tag{1}$$

где ρ , \mathbf{u} , $\hat{\eta}$, \mathbf{q} , e_s , E - плотность, скорость, вязкость, вектор потока тепла, внутренняя и полная энергия; \hat{Q} - тензор полных напряжений (куда входят давление P , объёмная вязкость $\hat{\eta}$)

Граничные условия выбираются из условий: в точке $x = x_0$ задаётся источник возмущения газа (взрыв проволочки), в точке $x = x_k$ непроницаемая, абсолютно упругая стенка:

$$\begin{aligned} e(t, x_0) &= E_s^j(t), \quad \partial \rho(x_0)/\partial x = 0, \quad \partial u(x_0)/\partial x = 0, \quad \partial P(x_0)/\partial x = 0, \\ e(t, x_k) &= 0, \quad \partial \rho(x_k)/\partial x = 0, \quad u(x_k) = -u(x_{k-1}), \quad \partial P(x_k)/\partial x = 0, \end{aligned}$$

Функция $E_s^j(t)$ описывает **источник возмущения и ударной волны**, определяемый заданными токами и напряжениями в дуге из эксперимента.

Постановка задачи, система уравнений

Система уравнений в частных производных (1), если положить вязкость $\hat{\eta} = \hat{0}$ приводится к системе из трёх дифференциальных уравнений в консервативной форме трёх переменных ρ , ρu , E (2):

П. Роч, Вычислительная гидродинамика, (1980)

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (P + \rho u^2) = 0, \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [u(E + P)] = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где введены обозначения x, t, ρ, u, P - координата, время, плотность, скорость и давление газа. Параметр E характеризует суммарную энергию системы на единицу объёма.

Система (2) представима в консервативной форме векторного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Система уравнений в векторной форме

Функции $\vec{U} = \{U_1, U_2, U_3\}$, $\vec{F} = \{F_1, F_2, F_3\}$ имеют представление:

$$\vec{U} = \begin{cases} \rho, \\ \rho u, \\ \rho \left[\frac{p}{\rho(\gamma-1)} + \frac{1}{2} u^2 \right], \end{cases} \quad \vec{F} = \begin{cases} \rho u, \\ p + \rho u^2, \\ \rho u \left(\left[\frac{p}{\rho(\gamma-1)} + \frac{1}{2} u^2 \right] + \frac{p}{\rho} \right). \end{cases} \quad (4)$$

Начальные условия подбираются из уравнения состояния и начальных параметров системы: $\rho(x, t=0) = \rho_0$, $u(x, t=0) = 0$, $p(x, t=0) = p_0$.

$$\begin{cases} U_1^0|_{t=0}(x) = \rho_0, \\ U_2^0|_{t=0}(x) = 0, \\ U_3^0|_{t=0}(x) = \frac{p_0}{\gamma-1}, \end{cases} \quad \begin{cases} F_1^0|_{t=0}(x) = 0, \\ F_2^0|_{t=0}(x) = p_0, \\ F_3^0|_{t=0}(x) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где $\rho_0 = \rho(p_0, T_0)$ - в первом приближении, функция из уравнения состояния идеального газа для заданных значений начального давления $p_0 = 5 \div 35$ МПа и начальной температуры среды $T_0 \approx 20$ °С.

Граничные условия $x = x_0, x_k$ выберем условия $\frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial \vec{F}}{\partial x} = 0$ для $t > 0$.

Источник возмущения, связь безразмерных и реальных параметров

Область возмущения определяются из заданных амплитуд тока и напряжения из эксперимента.

С. К. Годунов, В. С. Рябенкий, Разностные схемы, введение в теорию, (1977)

В. Ф. Куропатенко, Метод расчёта ударных волн разностными методами, (2001)

Для определения количество выделенной энергии:

$$E_s(t) = \frac{V(t)J(t)}{I_w \pi r_w^2} t, \quad (6)$$

где l_w - длина проволоки, r_w - её радиус, $V(t)$, $J(t)$ - напряжение и ток в зависимости от времени, t - время процесса.

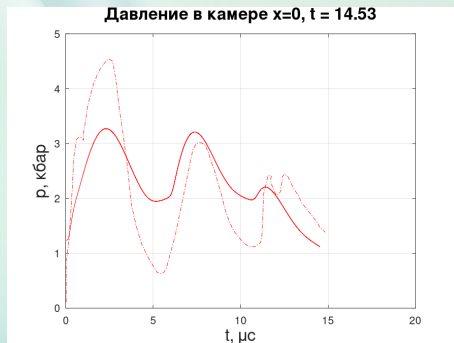
Реальные параметры задачи в векторные форме связаны с физическими полями по формулам:

$$\rho = U_1, \quad u = \frac{U_2}{U_1}, \quad p = (\gamma - 1) \cdot \left[U_1 U_3 - \frac{1}{2} U_2^2 \right],$$

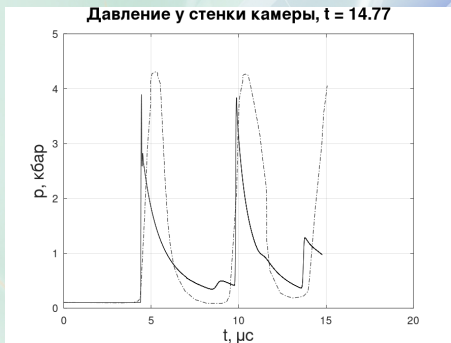
Результаты

Сравнение результатов модельной задачи

К. В. Дубовенко, Взаимодействие ударных волн с плазмой канала сильноточного разряда в камере высокого давления, ЖТФ т. 62, в.6, (1992);



а)



б)

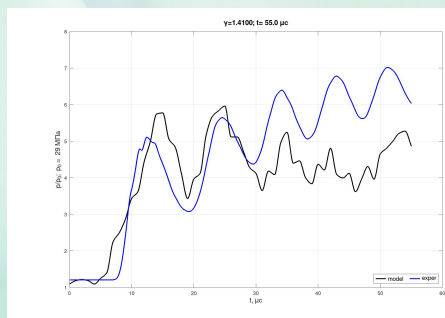
Рис.: Давление в камере на оси (источнике) ударной волны (рис. а) и давление на стенке камеры (рис. б).

Результаты

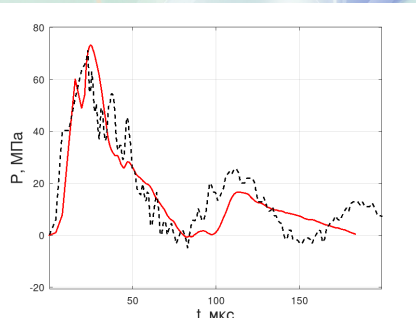
Результаты экспериментов (Ека002 и Ека25) и сравнение с моделированием конечно-разностным методом

Ph. G. Rutberg, A. A. Bogomaz, M. E. Pinchuk, A. V. Budin, A. G. Leks, and A. A. Pozubenkov, *Physics of Plasmas* v. 20, (2013);

Ph. G. Rutberg, A. A. Bogomaz, M. E. Pinchuk, A. V. Budin, A. G. Leks, and A. A. Pozubenkov, *High-current discharge channel contraction in high density gas*, (2011);



а) $p_0 = 29$ МПа



б) $p_0 = 5$ МПа

Рис.: Результаты для эксперимента Ека002 (слева) и Ека25 (справа)

Выводы

- * Модифицированная численная схема Лакса-Вендроффа даёт стабильные результаты для **модельных задач** с различными граничными условиями.
- * Основная проблема заключается в отсутствии модели взрыва проволочки под действием высоких токов и напряжений.
- * Есть **качественное** совпадение с некоторыми экспериментами. В остальных случаях, только подбор масштабирующих коэффициентов для источника позволяет получить совпадения с экспериментальными данными.
- * Необходимо разработать численные модели источника возмущения, потерь на излучение и в дальнейшем использовать уравнения МГД для моделирования, чтобы учесть важные плазменные эффекты.
- * Дальнейшее развитие задачи позволяет учесть реальные параметры среды-газа (гелий/водород-медная плазма), модель излучения.

Спасибо за внимание

Численное моделирование распространения ударной волны в плазме канала сильноточного разряда в камере высокого давления

Я.В. Тряскин^{1,2}, М.Э. Пинчук²

¹Физический факультет, Санкт-Петербургский
Государственный Университет

²Институт электрофизики и электроэнергетики РАН